

Inhaltsverzeichnis

1	Funktionsuntersuchung	2
1.1	Nullstellen	2
1.2	Polynomdivision	3
1.3	Scheitelpunkte	4
1.4	Symmetrie	5
1.5	Schnittpunkte	6
1.6	Steigung	7
2	Ableitungsfunktionen	9
2.1	Summenregel	9
2.2	Produktregel	11
2.3	Quotientenregel	13
2.4	Kettenregel	15
2.5	Gemischte Aufgaben	17
3	Angewandte Analysis	19
3.1	Kurvendiskussion	19
3.2	Kurvendiskussion an realen Prozessen	23
3.3	Rekonstruktion von Funktionen	24
3.4	Optimierungsprobleme	26
4	Lösungen	27
4.1	Nullstellen	27
4.2	Polynomdivision	27
4.3	Scheitelpunkte	27
4.4	Symmetrie	28
4.5	Schnittpunkte	28
4.6	Steigung	28
4.7	Summenregel	30
4.8	Produktregel	31
4.9	Quotientenregel	33
4.10	Kettenregel	34
4.11	Gemischte Aufgaben	36
4.12	Kurvendiskussion	38

1 Funktionsuntersuchung

1.1 Nullstellen

Die Schnittpunkte einer Funktion mit der x-Achse werden als Nullstellen bezeichnet.
 $\Rightarrow f(x) = 0$

1.1.1 Bestimme die Nullstellen der Funktionen.

a)

$$f(x) = 4x$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(x) = -x - 2$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 2$$

b)

$$f(x) = x^2 - 9$$

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 6$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 5$$

c)

$$f(x) = x^3 - 8$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x$$

$$f(x) = 2x^3 + 8x^2$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

d)

$$f(x) = 2x^4 - 18x^2$$

$$f(x) = x^4 + 4x^2 - 8$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 4$$

$$f(x) = -x^4 + 2x^3 - x + 2$$

e)

$$f(x) = (x + 1)(x - 4)$$

$$f(x) = (x^2 + 2x - 4)(x + 2)$$

$$f(x) = \frac{9}{x^2} - 1$$

$$f(x) = \frac{4x^2 - 3}{2x^2 + 4x} - 2$$

f)

$$f(x) = 2e^{2x} - 10$$

$$f(x) = -10 \cdot 0.5^x + 2$$

$$f(x) = \sqrt{x} - 4$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 8.5$$

1.2 Polynomdivision

1.2.1 Berechne:

a)

$$(4x^2 + 7x + 3) : (4x + 3)$$

$$(8x^2 + 6x + 1) : (4x + 1)$$

$$(2x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 3) : (x + 1)$$

b)

$$(-8x^8 + 4x^7 + 2x^6 + 9x^5 + 9x^4 + 2x^3 + 2x^2) : (4x^4 + x^2)$$

$$(-9x^5 + 18x^4 - 8x^3 - 4x^2 + 4x) : (3x^2 - 4x + 2)$$

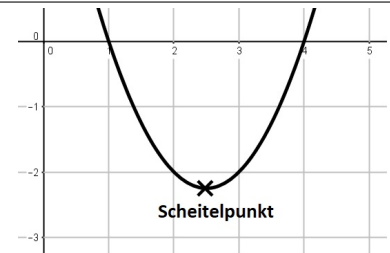
$$(6x^3 + 8x^2 + 8x + 6) : (3x^2 + x + 3)$$

1.3 Scheitelpunkte

Der Scheitelpunkt entspricht dem Hoch- oder Tiefpunkt einer quadratischen Funktion.

Normalform: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Scheitelpunktform: $f(x) = a(x + d)^2 + e$



1.3.1 Bestimme den Scheitelpunkt der Funktion mit der Scheitelpunktform.

a)

$$f(x) = x^2 + 2x + 2$$

$$f(x) = x^2 - 8x + 3$$

$$f(x) = x^2 + 6x - 1$$

b)

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 4$$

$$f(x) = 3x^2 - 12x + 6$$

$$f(x) = -2x^2 - 2x + 6$$

c)

$$f(x) = 0.5x^2 - 3x - 2$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x^2 - 2x - 4$$